2. a/

$$z = e^{i2\theta} - i = e^{i2\theta} + e^{-i\frac{\pi}{2}}$$
$$= e^{i\frac{2\theta-\frac{\pi}{2}}{2}}\left(e^{i\frac{2\theta+\frac{\pi}{2}}{2}} + e^{-i\frac{2\theta+\frac{\pi}{2}}{2}}\right)$$
$$= e^{i(\theta-\frac{\pi}{4})}.2\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$$
$$= 2\cos(\theta+\frac{\pi}{4})e^{i(\theta-\frac{\pi}{4})}$$

b/ $\frac{z}{\overline{z}} = \frac{2\cos(\theta+\frac{\pi}{4})e^{i(\theta-\frac{\pi}{4})}}{2\cos(\theta+\frac{\pi}{4})e^{-i(\theta-\frac{\pi}{4})}} = e^{i(2\theta-\frac{\pi}{2})}$

c/ On a OMNM' est un losange ⇒ OMNM' carré ssi OMN rctgle en O

$ssi\ \frac{z}{\overline{z}} imaginair$

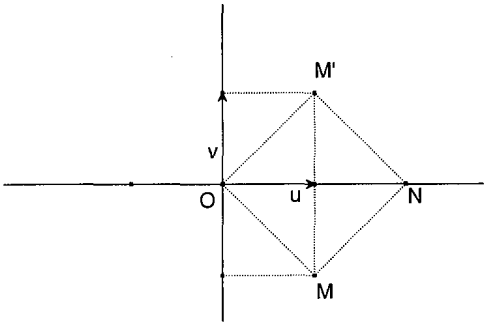
$ssi\ 2\theta - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi\ ; k \in \mathbb{Z}$

$ssi\ \theta = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}\ or \theta \in \left[O; \frac{\pi}{4}\right[$

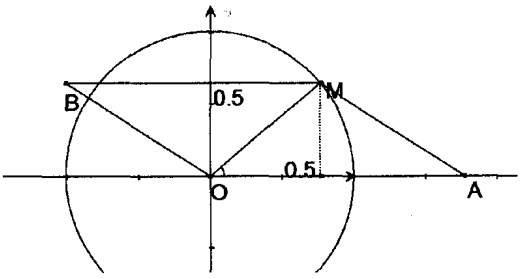
$\Rightarrow \theta = 0$

d/ pour θ=0 ⇒ z=1-i

⇒M(1 ;-1) ;M'(1 ;1) et N(2 ;0)



EX 26 PAGE 21



2. a/ aff($\overrightarrow{BM}$)=Z_M-Z_B

=cos(θ)+i.sin(θ)+1-i.sin(θ)

=1+cos(θ)=aff($\overrightarrow{OA}$)

⇒$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{OA}$⇒OAMB est un parallélogramme

b/ OAMB est un losange ssi OA=OB

ssi 1+cos(θ) =$\sqrt{1+sin^2(\theta)}$

ssi 1+2cos(θ)+cos²(θ)=1+sin²(θ)

ssi 2 cos²(θ)+2cos(θ)-1=0

ssi cos(θ)=$\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ou cos(θ)=$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

et comme $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$∈[-1 ;1] donc il existe une valeur de θ tel que cos(θ)=$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ donc il existe une valeur de θ tel que OAMB est un losange.

c/ cos(θ)=$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ donc θ= 1,2rad

3. A(θ)=(1+cos(θ)).sin(θ)

=sin(θ)+½sin(2θ)

⇒A'(θ)=cos(θ)+cos(2θ)

Oarray.tn -Aqra Blech- Oarray.tn